物　理　学

I　以下の問いに答えよ．途中経過も含めて解答すること．

図１のように，半径がRで，中心が固定されて回転する均質な円盤滑車に，伸縮しない糸が巻いてある．糸の先端には，ばねを介しておもりが吊るされている．重力加速度をgとし，重力の向きをx軸の正方向とする．滑車の回転軸まわりの慣性モーメントをI，回転角をθ，回転角加速度を$\ddot{\theta}$，ばね定数をk，おもりの質量をmとする．以下の設問において，糸やばねの質量および空気抵抗は無視でき，円盤滑車の中心点の回転摩擦はなく，糸の先端，ばね，およびおもりの運動は，x軸方向のみとする．

はじめは滑車の回転が手で固定され，ばねとおもりが静止している．これを初期状態と呼ぶことにする．時刻$t=0$に滑車から静かに手を離すと，糸が滑ることなく滑車が回転し，ばねとおもりが降下する．降下中の糸の張力をT，ばねの上端の位置をx_s，その加速度を$\ddot{x}_s$，おもりの位置をx_m，その加速度を$\ddot{x}_m$とする．また，初期状態の糸の張力をT_0，初期状態の$x_m - x_s$をL，初期状態からのばねの伸びを$X = x_m - x_s - L$，ばねの伸びの加速度を$\ddot{X}$とする．なお，この運動において，糸がたるむことはないと仮定してよい．

（１）　T_0を，m，gを用いて表せ．

（２）　時刻$t>0$におけるTを，m，g，X，kを用いて表せ．

（３）　時刻$t>0$における$\ddot{x}_m$を，m，X，kを用いて表せ．

（４）　ばね上端の加速度と滑車の回転角加速度の関係は，$\ddot{x}_s = R\ddot{\theta}$で与えられる．滑車の回転の運動方程式から，$\ddot{x}_s$を，$m$，$g$，$X$，$k$，$R$，$I$を用いて表せ．

（５）　$\ddot{X}$を，m，g，X，k，R，Iを用いて表せ．

（6）（5）で得られた微分方程式を解き，$X(t)$を，m，g，k，R，I，tを用いて表せ．

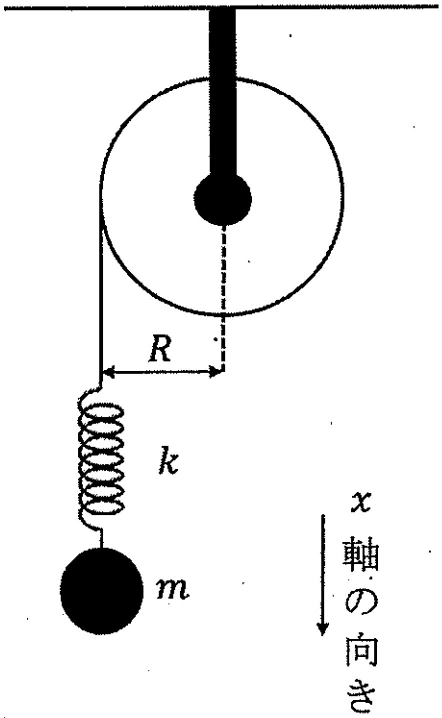

図 1

II　以下の問いに答えよ．途中経過も含めて解答すること．

図２に示すように，鉛直下方をz軸の正方向にとった右手系の座標系を定義する．時間的に変化しない一様な磁場$\boldsymbol{B} = (B, 0, 0)$（$\boldsymbol{B}$は磁束密度を表す），および電場$\boldsymbol{E} = (0, 0, -E)$が存在するものとして，電荷量$q$（$> 0$）および質量$m$の荷電粒子の運動を考える．以下では，荷電粒子の位置を(x, y, z)，速度を$(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$，加速度を$(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$と表し，初期条件として時刻$t = 0$において，$(x, y, z) = (0, 0, 0)$および$(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = (0, 0, 0)$とする．ただし，$E > 0$および$B > 0$とし，設問（１）から（３）においては重力の影響を無視する．また，本問で扱う荷電粒子の運動速度とE/Bはともに光速に比べて十分に小さく，特殊相対論的効果は無視できるものとする．

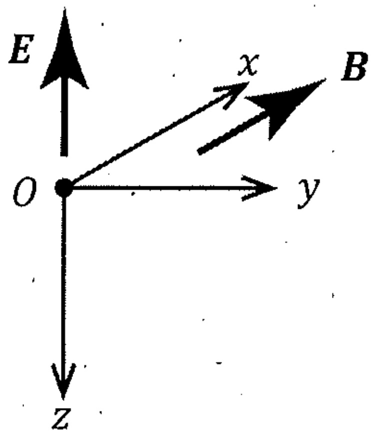

図　2

（１）　荷電粒子の運動方程式のx，y，z成分が次のように表されることを示せ．

x成分：　$m\ddot{x} = 0$

y成分：　$m\ddot{y} = q\dot{z}B$

z成分：　$m\ddot{z} = -qE - q\dot{y}B$

（２）　（１）で求めた運動方程式より，荷電粒子の運動エネルギーが，E，q，zのみを用いて表されることを示せ．また，運動エネルギーが，Bに依存しない理由を，荷電粒子に働く力による仕事に着目して30文字以内で述べよ．

（３）　時刻$t \geq 0$における荷電粒子の位置x，y，zを，B，E，q，m，tを用いて表せ．

（4） 電場と磁場に加えて，時間的に変化しない一様な重力加速度$\boldsymbol{g} = (0, 0, g)$（ただし$g > 0$）の影響を考える．（3）で求めた解を考慮に入れ，$qE > mg$，$qE = mg$，$qE < mg$のそれぞれの場合について，時刻$t \geq 0$における荷電粒子の運動の軌跡として正しいものを図３の（あ）～（す）より選べ．なお，図３において，横軸はy軸（右向き正），縦軸はz軸（下向き正）を表し，白丸は$t = 0$における荷電粒子の位置（原点）を示す．また，太い矢印は荷電粒子が移動する方向を示す．

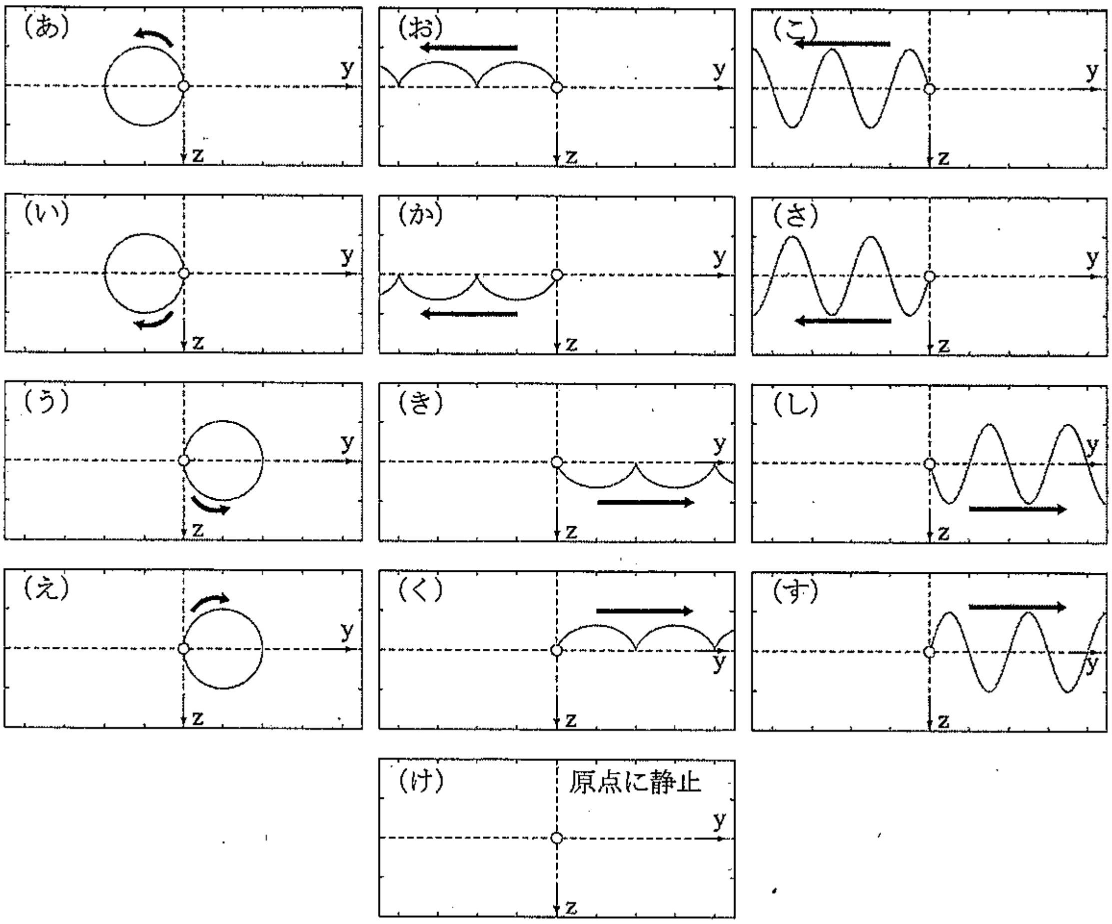

図 3

Ⅲ　以下の問いに答えよ．途中経過も含めて解答すること．なお，気体は全て理想気体として扱えるものとし，気体定数をRとする．

（1）　温度Tを一定に保ったNモルの気体について考える．

(1-1)　この気体の体積がVの時，圧力PをN，T，R，Vを用いて表せ．

(1-2)　この気体の体積がVから$V+dV$に変化する時にこの気体がする仕事dWを，圧力Pと体積変化dVを用いて表せ．ただし，体積変化dVは十分に小さく，この体積変化による圧力の変化は無視できるものとする．

(1-3)（1-1）と（1-2）の結果を用いて，気体の体積がV_1からV_2まで準静的に変化する時に気体がする仕事WをN，T，R，V_1，V_2を用いて表せ．ただし，体積変化V_2-V_1による圧力の変化は無視できないものとする．

(1-4)（1-3）の過程で気体に流入した全熱量QをN，T，R，V_1，V_2を用いて表せ．ただし，理想気体の内部エネルギーUは温度Tのみの関数であることを用いて良い．

(1-5)（1-3）の過程での気体のエントロピー変化ΔSをN，R，V_1，V_2を用いて表せ．

（2）　図４a のように，断熱壁で囲まれた体積一定の容器を，厚さの無視できる板で体積V_AとV_Bの２つの領域に仕切り，V_Aには気体 A をN_Aモル，V_Bには気体 B をN_Bモル入れる．気体 A，B はどちらも温度T，圧力Pである．仕切り板を取り去り，気体を図４b のように混合した時のエントロピー変化は，図５に示す準静的過程から求めることができる．まず，図５a，b に示すように，気体 A の体積を V_Aから$V_\mathrm{A}+V_\mathrm{B}$まで等温的に変化させる．同様に気体 B の体積を V_Bから$V_\mathrm{A}+V_\mathrm{B}$まで等温的に変化させる．そして図５c に示すように，気体 A の容器の右端（アイ）を気体 B のみを透す半透膜に，気体 B の容器の左端（ウエ）を気体 A のみを透す半透膜にして，気体 A の容器内部に気体 B の容器をゆっくり等温的に滑り込ませ，図５d の状態にする．

(2-1) 図 5 c に示した容器を滑り込ませる過程では気体のエントロピーが変化しないことを 200 字程度で説明せよ.

(2-2) 図 5 a から図 5 d に至る過程での気体の全エントロピー変化を求めて N_A, N_B, Rを用いて表せ.

(2-3) (2-1) と (2-2) の結果に基づいて, 図 4 a から仕切り板を取り去って図 4 b に至る混合の過程が不可逆過程であることを 100 字程度で記せ.

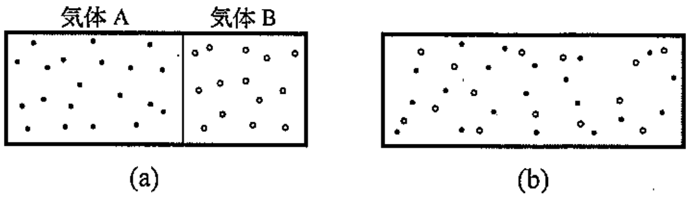

図 4

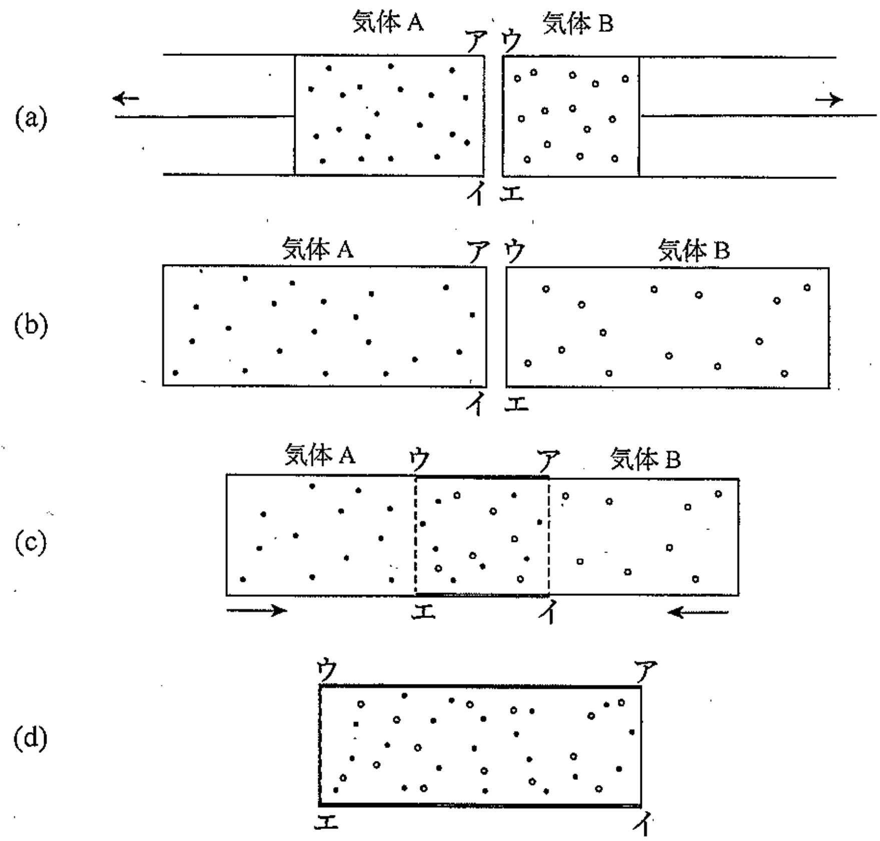

図 5