地 球 科 学 I

【第１０問】

地震計とは，地面と相対的な運動を時間的に記録することで，地面の運動そのものを測る装置である．図１のように，地面に固定された箱に，バネ（バネ定数 k）と質量 M の重りがつり下げられている簡単なモデルを用いて，地震計の原理を考えよう．釣り合いの状態からの重りの変位 $x(t)$, 地面の変位 $u(t)$は，ともに鉛直方向のみに起こるものとする．ここで，t は時間であり，$x(t)$ はバネの長さの変化量に対応する．また，重りにはその振動の速さに比例した抵抗力が働き，その比例定数は D である．

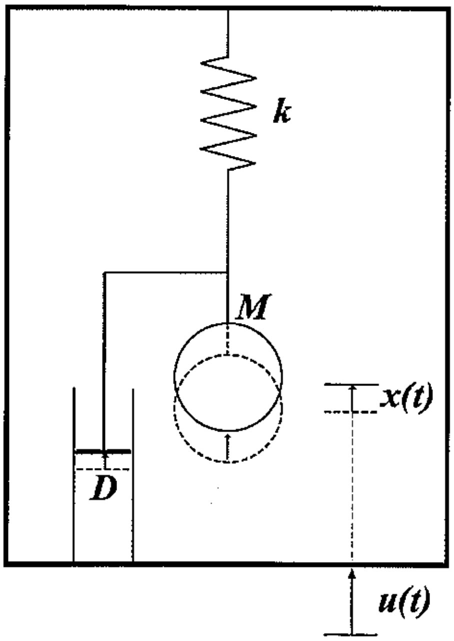

図１

（１） 慣性系から見た重りの変位が $u(t)+x(t)$であることから，地面の振動が起きた場合の重りの運動方程式が

$$x'' + 2\varepsilon x' + \nu^2 x = -u'' \qquad \text{(A)}$$

の形で表されることを導き，パラメータε, νを与えられた定数で書き表せ．ただし，( )'と( )''はそれぞれ時間に関する１階，２階の微分を表す．

（2） まず，地面の振動が無いとして，この地震計そのものの振動特性を考えよう．その特性は，（A）式におけるε, ν の値の大小に依存する．

(2-1) 以下の（a）～（c）それぞれの場合について，指示に従い（A）式の一般解を求めた上，$t=0$ において $x=x_0$，$x'=0$ という初期条件に対する解を具体的に求めよ．

(a) $\varepsilon<\nu$： 解を $x(t)=\exp[-\lambda t]$ とおく．
(b) $\varepsilon>\nu$： 解を $x(t)=\exp[-\lambda t]$ とおく．
(c) $\varepsilon=\nu$： t の関数ξを用い，解を $x(t)=\xi(t)\exp[-\varepsilon t]$ とおく．

(2-2) 上の（a）～（c）それぞれにおける解の性質のうち，地面の振動の時間変化を測る装置である地震計として望ましいものはどれか．その理由とともに 100 字程度で述べよ．

（3） 次に，地面の振動が $u(t)=U\exp[-i\omega t]$ の実部で与えられる場合を考えよう．ただし，i は虚数単位，ω は角周波数，U は振幅を表す定数とする．

(3-1) （A）式の解を $x(t)=U\,X(\omega)\exp[-i\omega t]$ とおき，この地震動に対する地震計の周波数応答 $X(\omega)$と振幅応答 $|X(\omega)|$ を求めよ．

(3-2) 重りの変位 $x(t)$が，地震動にともなう変位 $u(t)$，速度 $u'(t)$，加速度 $u''(t)$ に比例する地震計をそれぞれ「変位地震計」，「速度地震計」，「加速度地震計」という．地震計の特性パラメータν と地震動の角周波数ω の間の大小関係が以下の（a）～（c）のとき，上記のどの地震計に対応するか，式を添えてそれぞれ 100 字程度で説明せよ．

(a) νよりもはるかに高周波の地震動（$\omega \gg \nu$）
(b) νよりもはるかに低周波の地震動（$\omega \ll \nu$）
(c) νと同程度の角周波数の地震動（$\omega \sim \nu$）

【第１１問】

太陽風の速度は，太陽近傍では音速以下だが，地球軌道の近傍では超音速である．このような速度分布をもたらす原理を考えてみよう．簡単のために，太陽風は理想気体で，流体力学的に扱えるものとする．流体に働く力としては圧力傾度力と重力のみを考え，磁場と粘性の効果は無視する．球対称な定常状態を仮定し，図 1 に模式的に示すように，すべての物理量は太陽中心からの距離 r にのみに依存するものと仮定する．以下，流体の密度をρ，圧力を p，外向きの速度を v，重力定数を G，太陽質量を M とおく．

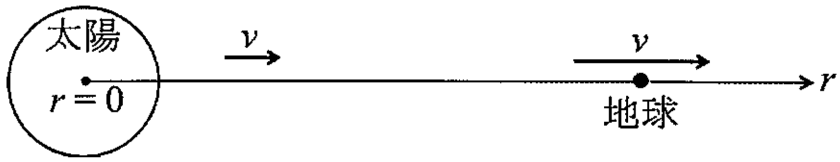

図 1

（１） 上記の仮定の下では，太陽風の構造はベルヌーイの方程式

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}+v\frac{dv}{dr}+\frac{GM}{r^2}=0 \qquad \text{(A)}$$

に従う．（A）式の左辺各項の物理的意味をそれぞれ 10 字程度で記せ．

（２） 球対称に広がってゆく流体の質量保存則

$$4\pi r^2 \rho v \;=\; (\text{一定})$$

から，$d\rho/dr$ と dv/dr の関係式を導け．

（３） 太陽風の温度 T が r に依らないよう熱が供給されると仮定する．このとき，（２）で求めた関係式と（A）式，及び理想気体の状態方程式を組み合わせて p とρ を消去し，dv/dr が満たすべき関係式を（B）式の形で導け．ここで，c_s は等温流体の音速で，気体定数 R を用いて $c_s{}^2=RT$ と表せる．

$$\frac{1}{v}\left(\frac{v^2}{c_s^2}-1\right)\frac{dv}{dr}=\boxed{} \qquad \text{(B)}$$

（4）　(B) 式の解において，太陽風の速度 v が音速に達する距離 r_c を G，M，c_s を用いて表せ.

（5）　$G = 6.7\times10^{-11}$ [m^3 s^{-2} kg^{-1}], $M = 2.0\times10^{30}$ [kg], $R = 8.3\times10^3$ [J K^{-1} kg^{-1}], $T = 1.0\times10^6$ [K] として r_c の値を求め，太陽・地球間の平均距離 $r_E = 1.5\times10^{11}$ [m] に対する比（%）として表せ.