

平成19年度大学院理学系研究科地球惑星科学専攻
修士課程入学試験問題（一般教育科目）

物 理 学

【注意事項】

- 1 . 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
- 2 . 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用すること。
- 3 . 問題は全部で3問ある。3問のすべてに解答せよ。
- 4 . 答案用紙は、各問につき1枚、合計3枚であるから、確実に配布されていることを確かめること。
- 5 . 各答案用紙の所定欄に、科目名・問題番号・受験番号および氏名を必ず記入すること。
- 6 . 解答は、各問ごとに所定の答案用紙を使用すること。
- 7 . 答案用紙は点線より切り取られるから、裏面も使用する場合には、点線の上部を使用しないこと。
- 8 . 答案用紙には、解答に関係ない文字、記号、符号などを記入してはならない。
- 9 . 解答できない場合でも、答案用紙に科目名・問題番号・受験番号および氏名を記入して提出すること。
- 10 . 答案用紙を草稿用紙として使用してはならない。草稿用紙は問題より後のページにある。

物理学

【第1問】

質量 m の直方体の物体が台の上に乗っている．その時，台と物体との間に働く摩擦力 f は次のように与えられる．

$$f = \mu N$$

ここで N は物体が台から受ける垂直抗力， μ は摩擦係数である．台は十分に長く，また，物体は転がらずに滑るとする．重力加速度は g とする．

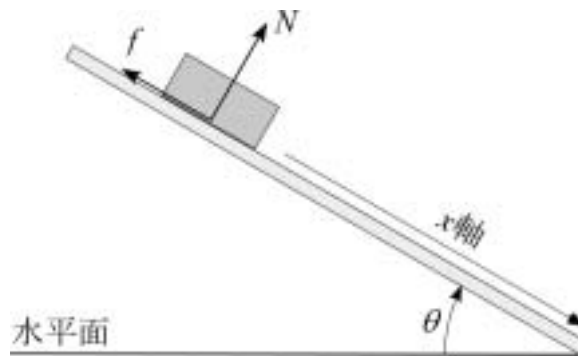


図 1

(1) 図 1 のように，水平面から角度 θ だけ傾いた台の上に物体を乗せ，静止させた状態で時刻 $t = 0$ に手を離れた後の物体の動きを求めよう．台の傾斜に沿って下向きに x 軸をとり， $t = 0$ における物体の位置を $x = 0$ とする．

(1・1) 摩擦係数が次のように与えられているとする．

$\mu = \mu_0$ 物体が台に対して静止しているとき

$\mu = \mu_1$ 物体が台に対して動いているとき (A)

ただし， μ_0, μ_1 は正の定数である ($\mu_0 > \mu_1$)

物体が台の上を動くための条件を求めよ．また，動いた場合の物体の位置 x を t の関数として求めよ．

(1・2) 摩擦係数が物体の速度 \dot{x} に比例して次のように与えられているとする。

$$\mu = \eta \dot{x} \quad (\text{B})$$

ただし, η は正の定数である

x 方向の物体の運動方程式を書け。

(1・3) 問(1・2)において, 物体が最終的に到達する速度を求めよ。

(1・4) 問(1・2)において, 物体の速度を t の関数として求めよ。

(2) 台が水平($\theta = 0$)で, 物体との摩擦係数が(B)式で与えられているとする。
図2のように, 台が水平面内のある方向に振動している場合の物体の動きを求めよう。

(2・1) 慣性系に対する物体の変位を $u(t)$, 台の変位を $v(t)$ として, 慣性系における物体の運動方程式を書け。

(2・2) 台が角振動数 ω で単振動しているとする。物体と台の変位をそれぞれ

$$u(t) = U(\omega)e^{i\omega t}$$

$$v(t) = V_0 e^{i\omega t}$$

ただし, V_0 は定数である

とし, 問(2・1)で求めた式に代入して $U(\omega)$ を求めよ。また, ω が十分小さい場合と, ω が十分大きい場合に, 台に対する物体の運動がどのようなようになるかを 60 字程度で述べよ。

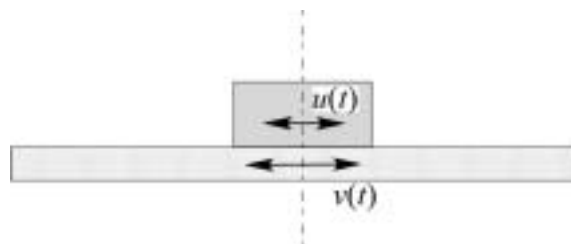


図2

物理学

【第2問】

図1に示すように、 z 方向の一様な磁場 $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ の中にある荷電粒子を考えよう。この粒子には、磁場から受ける力とは別に、原点 O からの距離に比例する大きさの原点に向かう力が作用しているとする。この粒子の運動について以下の問いに答えよ。ただし、原点からの距離に比例した力の比例係数を $k (> 0)$ 、粒子の座標を $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 、粒子の質量および電荷をそれぞれ m, q とする。

- (1) 運動する粒子の速度を $\dot{\mathbf{r}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ とし、粒子が磁場から受ける力の3成分を求めよ。
- (2) 粒子の運動方程式を3成分について書き下せ。
- (3) 磁場に平行な方向 (z 方向) の運動を、30字程度で説明せよ。
- (4) $\sigma = x + iy$ とおくと ($i = \sqrt{-1}$)、 (x, y) 面上の粒子の運動方程式は、 $a\ddot{\sigma} + ib\dot{\sigma} + c\sigma = 0$ (a, b, c は実定数) の形になることを示し、 a, b, c を求めよ。
- (5) 問(4)の運動方程式の解が $\sigma = Ae^{\lambda t}$ (A は実定数) の形をとるものと仮定して、 λ の満たすべき方程式を導け。
- (6) 問(5)で導いた方程式を解き、問(4)の運動方程式の解が (x, y) 面上の2つの円運動になることを示せ。また、それらの角振動数を求めよ。ただし、角振動数は正の実数値をとるものとする。
- (7) 問(6)で求めた2つの円運動の角振動数の差の測定が、 z 方向の磁場の強さ B を測定する方法になること、また、この方法がいずれか一方の角振動数から B を測定する方法に比べて優れていることを、100-200字程度で説明せよ。

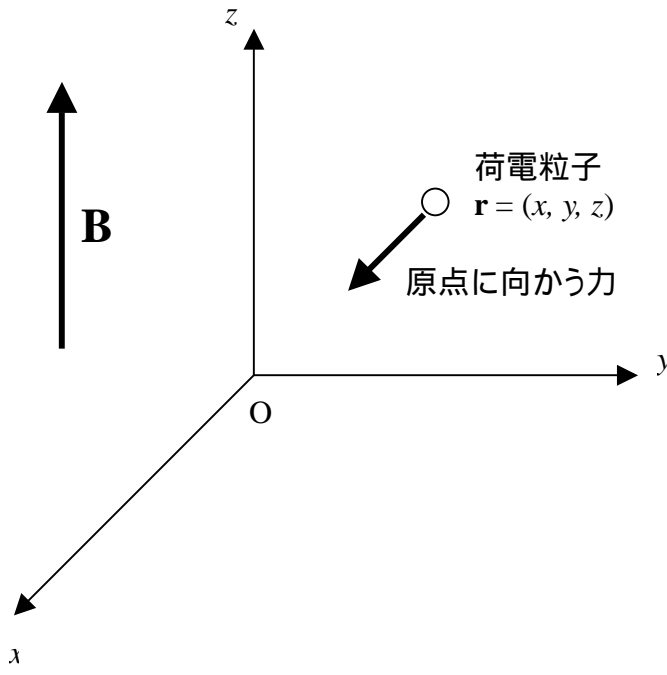


図 1

物理学

【第3問】

1モルの理想気体を作業物質とする系を考える．内部エネルギー U は温度 T のみの関数であり，また，状態方程式は圧力 P ，体積 V ，および温度 T を用いて $PV=RT$ と表される．ただし， R は気体定数である．なお，系に流入する熱量を δQ ，系が外部に対して行なう仕事を δW とすると，熱力学第一法則は $dU = \delta Q - \delta W$ と表される．この時の系のエントロピー変化を dS とすると，熱力学第二法則は $\delta Q/T \leq dS$ と表され，可逆過程では等号が成り立つ．これらを前提として，以下の問いに答えよ．

(1) 図1のように1モルの理想気体を入れたピストンを温度 T の熱浴に浸して温度を一定に保つ．ピストンを準静的に動かして気体の体積を V_1 から V_2 に変化させる過程(等温過程)を考える．

(1.1) この過程で系に流入する熱量を求めよ．計算過程も書くこと．

(1.2) 問(1.1)の結果を用いて，体積の V_1 から V_2 への変化に伴うエントロピー S の変化は，

$$S(T, V_2) - S(T, V_1) = R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

と与えられることを示せ．

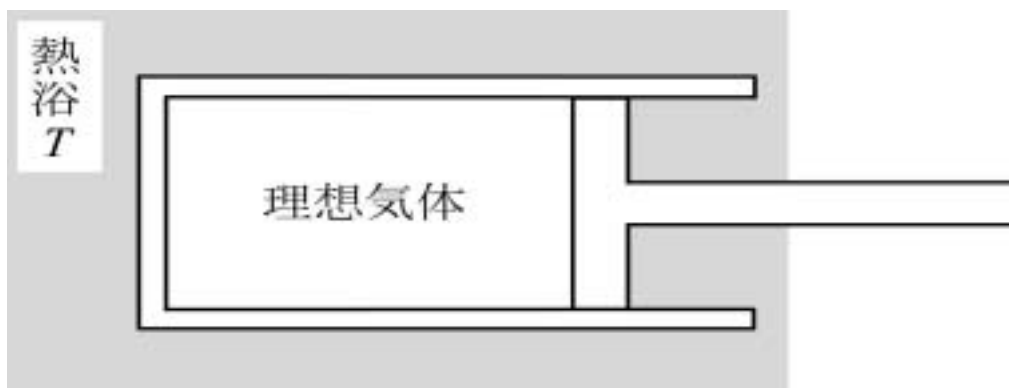


図1

(2) 図2aのように、断熱壁で囲まれた体積一定の容器に仕切りを入れ、体積 V_1 の領域に温度 T 、圧力 P の理想気体 1 モルを入れ、体積 V_2 の領域を真空にする。この状態から仕切りを取り去り、図2bのように V_1+V_2 の領域に気体を自由膨張させる過程を考える。

(2.1) この過程では気体の温度が変わらない。その理由を 50 字程度で答えよ。

(2.2) この過程に伴う気体のエントロピー変化を求めよ。

(2.3) この過程は可逆過程か、不可逆過程か、理由を含めて 50 字程度で答えよ。

