

物 理 学

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用すること。
3. 問題は全部で3問ある。3問のすべてに解答せよ。
4. 答案用紙は、各問につき1枚、合計3枚であるから、確実に配布されていることを確かめること。
5. 各答案用紙の所定欄に、科目名・問題番号・受験番号および氏名を必ず記入すること。
6. 解答は、各問ごとに所定の答案用紙を使用すること。
7. 答案用紙は点線より切り取られるから、裏面も使用する場合には、点線の上部を使用しないこと。
8. 答案用紙には、解答に関係ない文字、記号、符号などを記入してはならない。
9. 解答できない場合でも、答案用紙に科目名・問題番号・受験番号および氏名を記入して提出すること。
10. 答案用紙を草稿用紙に絶対使用しないこと（草稿用紙は問題より後のページにある。）

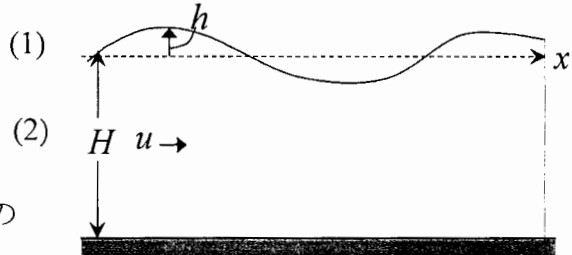
物理学

【第1問】

浅い海を伝わる波は、以下のような偏微分方程式で記述される。任意の場所での海底から海面までの距離を $H + h$ とする。 H は静止時の水深。水柱は上下一様な水平運動をし、その速度を u とする。右下図のような座標系を用いて考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial h}{\partial x},$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -H \frac{\partial u}{\partial x}.$$



ここで、 t は時間を表し、 g は重力加速度の大きさである。

(1) 波動解 $\begin{pmatrix} u \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u} \exp\{i(kx - \omega t)\} \\ \hat{h} \exp\{i(kx - \omega t)\} \end{pmatrix}$ を仮定し、位相速度 $c \equiv \frac{\omega}{k}$ を g と H を用いて表わせ。

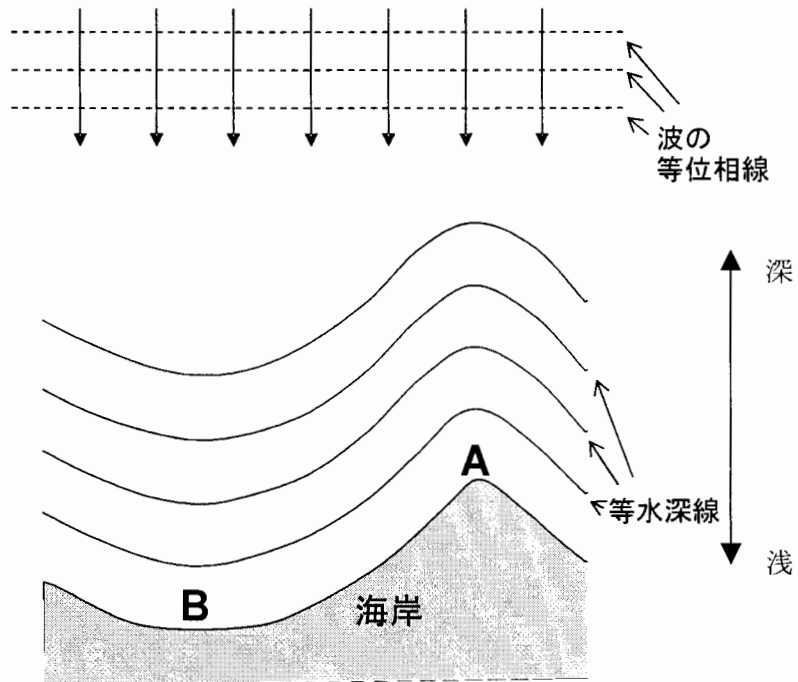
なお、 i は虚数単位を示し、 k は x 方向の波数、 ω は振動数で、 k, ω は実数、 \hat{u}, \hat{h} は複素振幅を表す。

(2) 地震に伴って発生する津波もこのような波と考えられる。波源から 20,000 km 離れた地点まで、深さ 4000 m の海を津波が伝わってくるのに何時間かかるかを、有効数字 2 桁で求めよ。ただし、 $g = 10 \text{ m/s}^2$ としよ。

(3) (1) の解について、 $\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(cE)$ が成り立つことが示せる。ただし、 $E \equiv g|\hat{h}|^2$ 。

このことを用い、水深 1000 m において振幅の大きさ ($|\hat{h}|$) が 1 m であった波が、海岸付近の水深 10 m まで来た時の振幅の大きさを有効数字 2 桁で求めよ。(本設問では x 軸に垂直な水平方向に現象は一様であるとしてよい。また、水深は波長に比べて十分長いスケールでゆるやかに変化するものとする。なお、必要なら $\sqrt{2} = 1.41, \sqrt{3} = 1.73, \sqrt{5} = 2.24$ を用いよ。)

(4) 下図に示すような海岸に、遠方から平面波が押し寄せてくるとする。海岸近くの実線は等水深線を表わし、沖合の波について破線で等位相線を示している。波が屈折することを考慮して、波の伝搬方向を表す矢印を延長して海岸付近での伝搬の様子をスケッチせよ。さらに、それにもとづいて、海岸の A 点と B 点での波高の違いについて 50 - 100 字程度で論じよ。

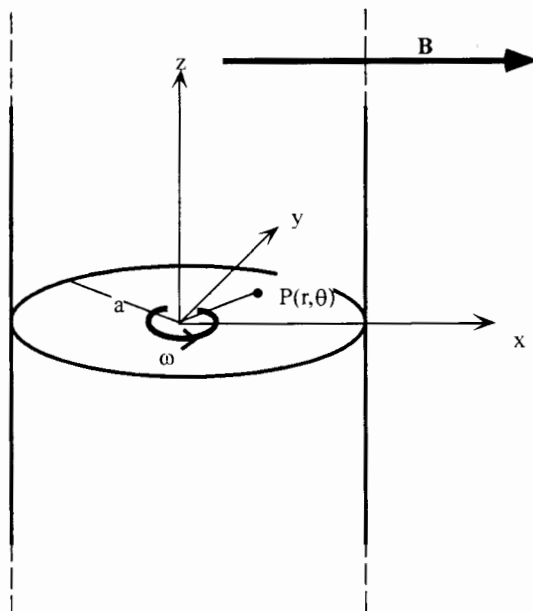


物理学

【第2問】

図に示すように、空間的に一様な x 方向の磁場 $\mathbf{B} = (B, 0, 0)$ (\mathbf{B} は磁束密度を表す) の中に、半径 a で電気伝導度が σ の z 方向に無限に長い円柱を考える。ここで、 z 軸は円柱の中心軸に一致するものとする。この円柱を z 軸の周りに一定の角速度 ω で回転させる時、以下の設問に答えよ。ただし、円柱は剛体であり、うず電流は無視できるものとする。

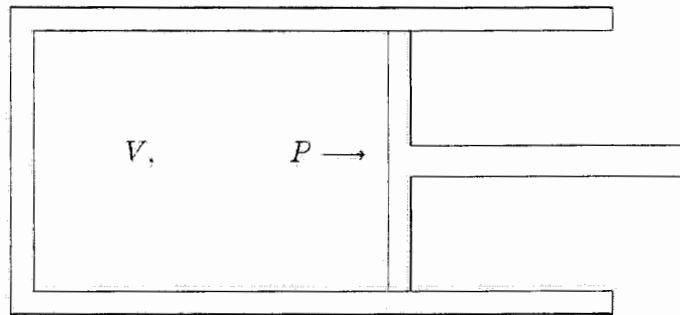
- (1) z 軸に垂直な任意の断面上の点 $P(r, \theta)$ の速度の大きさを求めよ。ただし、 $r \leq a$ とする。
- (2) 回転運動と磁場の相互作用によって円柱の中に誘導される起電力は、 z 成分のみであることを示せ。
- (3) この誘導起電力によって円柱には z 方向に電流が流れる。図の点 P を含む $x y$ 平面内の微小面積要素 $r dr d\theta$ を貫く電流値を求めよ。
- (4) (3) で求めた電流の単位長さあたりに、磁場によって働く力の大きさを求めよ。
- (5) この問題で示した、一定角速度 ω での円柱の回転運動を維持するために、円柱に加える必要のある力の性質を 100 字程度で記述し、その大きさを求めよ。



物理学

【第3問】

図に示したシリンダー内の 1 mol の理想気体を作業物体とする系を考える。この系に対しピストンを介して圧縮や膨張を行う。摩擦や重力の作用は無視する。系の内部エネルギー U は温度 T だけの関数であり、 C_V を定積比熱とすると、 $dU = C_V dT$ のように変化する。また、状態方程式は、圧力 P 、体積 V 、気体定数 R を用い $PV = RT$ と表される。系に流入する熱量を Q 、系が外部に対して行う仕事を W と表すと、熱力学第一法則は $\Delta U = Q - W$ と表現できる。これらを前提として、以下の問いに答えよ。

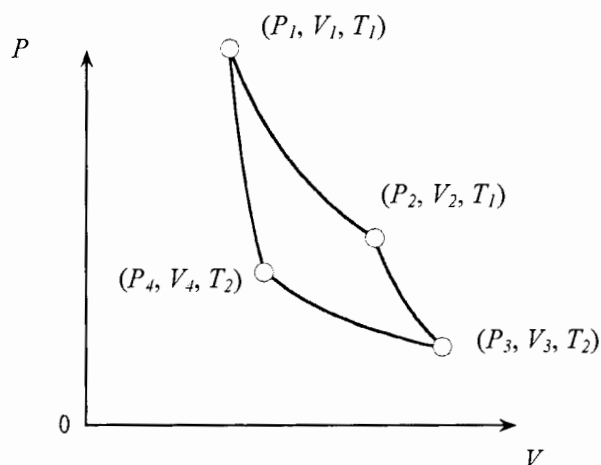


(1) 温度 T の熱浴に系を浸して圧縮あるいは膨張させ、圧力 P_1 、体積 V_1 から圧力 P_2 、体積 V_2 に変化したとする（等温過程）。どれだけの熱が系に流入したか、あるいは、流出したかを計算せよ。

(2) エンタルピー H は、 $H = U + PV$ と表わされる。系を定圧にて断熱圧縮したときのエンタルピーの増加 dH を 温度の微小変化 dT と体積の微小変化 dV を用いて表現せよ。さらに、定圧のもとではエンタルピーの増加量は外部から吸収した熱量に等しいことを用いて、 dH を dT と定圧比熱 C_P を用いて表現せよ。最後に、 C_V と C_P の関係を求めよ。

(3) 断熱過程では仕事が内部エネルギーの変化をもたらすことを示し、 $PV^\gamma = \text{一定}$ となることを証明せよ。ここで、 $\gamma = C_P/C_V$ とする。

(4) 系に対し、次の4つの準静的過程からなる循環過程(サイクル)を考える(下図)。



等温膨張過程 (熱の流入 Q_1):

圧力 P_1 、体積 V_1 、温度 $T_1 \rightarrow$ 圧力 P_2 、体積 V_2 、温度 T_1

断熱膨張過程:

圧力 P_2 、体積 V_2 、温度 $T_1 \rightarrow$ 圧力 P_3 、体積 V_3 、温度 T_2

等温圧縮過程 (熱の流入 Q_2):

圧力 P_3 、体積 V_3 、温度 $T_2 \rightarrow$ 圧力 P_4 、体積 V_4 、温度 T_2

断熱圧縮過程:

圧力 P_4 、体積 V_4 、温度 $T_2 \rightarrow$ 圧力 P_1 、体積 V_1 、温度 T_1

この1サイクルにおける、エントロピー変化 $\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$ を計算せよ。

(5) 次に、一般のサイクルを微小変化の等温過程と断熱過程の対の集合で近似する。

すなわち、 $P - V$ 図において $2k$ 個の点 $(P_1, V_1), (P_2, V_2), \dots, (P_{2k+1}, V_{2k+1})$

(ただし、 $(P_{2k+1}, V_{2k+1}) = (P_1, V_1)$) を考え、第 $2i-1$ 番目の点から第 $2i$ 番目の点へは等温過程、第 $2i$ 番目の点から第 $2i+1$ 番目の点へは断熱過程とする。一般のサイクルについてのエントロピー変化を導け。