

平成16年度大学院理学系研究科地球惑星科学専攻  
修士課程入学試験問題（一般教育科目）

# 物 理 学

## 【注意事項】

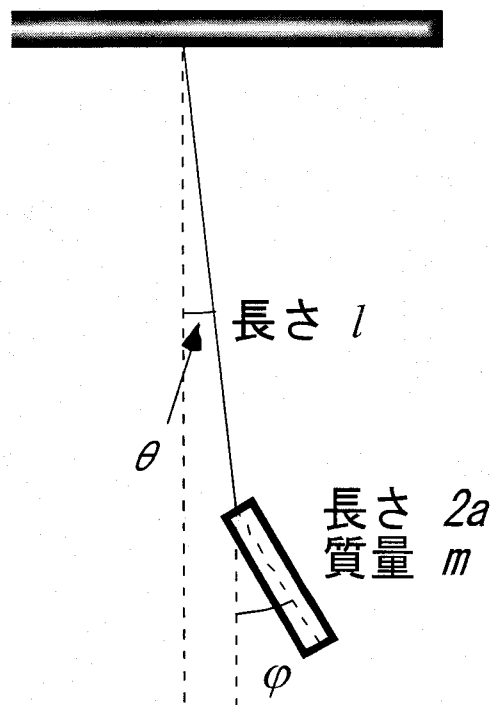
1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはならない。
2. 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用すること。
3. 問題は全部で3問ある。3問のすべてに解答せよ。
4. 答案用紙は、各問につき1枚、合計3枚であるから、確実に配布されていることを確かめること。
5. 各答案用紙の所定欄に、科目名・問題番号・受験番号および氏名を必ず記入すること。
6. 解答は、各問ごとに所定の答案用紙を使用すること。
7. 答案用紙は点線より切り取られるから、裏面も使用する場合には、点線の上部を使用しないこと。
8. 答案用紙には、解答に関係ない文字、記号、符号などを記入してはならない。
9. 解答できない場合でも、答案用紙に科目名・問題番号・受験番号および氏名を記入して提出すること。
10. 答案用紙を草稿用紙に絶対使用しないこと（草稿用紙は問題より後のページにある。）

## 物理学

### [第1問]

右図のように、長さ $l$ の糸で吊られている長さ $2a$ 、質量 $m$ の均質な円柱棒がある。糸と棒全体が一つの鉛直面内を微小運動する時、以下の問いに答えよ。ただし、重力加速度は $g$ とする。

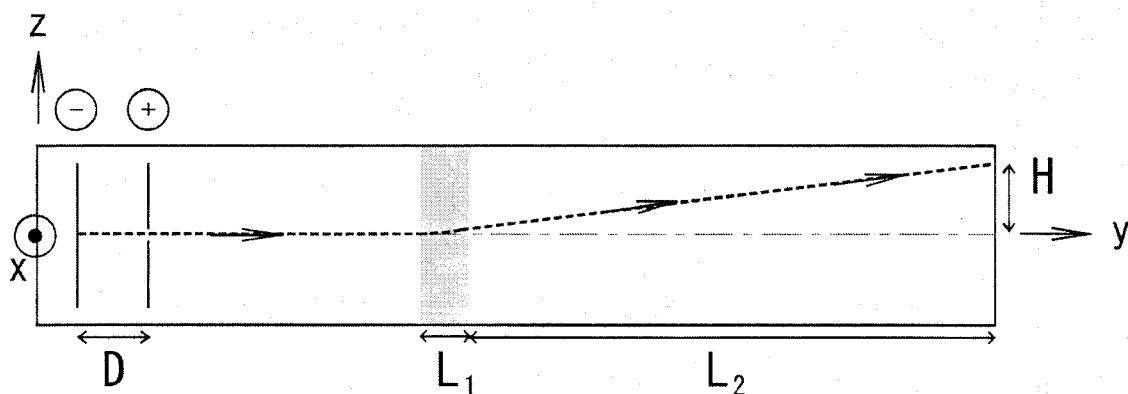
- (1) 微小体積の質量を  $dm$ 、その部分の回転軸からの距離を  $x$  とすると、剛体の慣性モーメントは  $I = \int x^2 dm$  で与えられる。この棒が鉛直面内で回転運動をする時、重心まわりの慣性モーメントを求めよ。ただし、棒の直径は長さに比べ十分小さいとする。
- (2) 糸が鉛直下方となす角を  $\theta$ 、棒が鉛直下方となす角を  $\varphi$  として、棒と糸からなる系の運動方程式を求めよ。さらに、それらの式から、この系の運動を記述する  $\theta$  と  $\varphi$  の微分方程式を求めよ。ただし、糸の質量は無視でき、 $\theta \ll 1$ 、 $\varphi \ll 1$  であるとする。
- (3) この系の運動には2種類のモードがある。上で求めた運動方程式から、それぞれのモードの角周波数を求めよ。また、その時の運動の様子を図示して説明せよ。



## 物理学

### [第2問]

下図は、真空にした密閉ガラス円筒管を真横から見たものである。円筒軸に平行で右向きを正の方向に  $y$  軸，それに垂直で手前を正の方向に  $x$  軸，上向きを正の方向に  $z$  軸をとる直交座標系を考える。左端に置いたマイナス極 ( $\ominus$ ) とプラス極 ( $\oplus$ ) 間に  $y$  軸に平行に一様な電場  $E (>0)$  を与えたところ，マイナス極 ( $\ominus$ ) を初速度ゼロで飛び出した，質量  $m (>0)$ ，電荷の絶対値が  $Q (>0)$  である負に帯電した荷電粒子は， $y$  軸正方向に進み，プラス極 ( $\oplus$ ) の中央にあけられた小孔を通りぬけ，そのまま直進して右壁の蛍光板にあたって壁の中央に輝点を形成した。次に，円筒管中のハッチをかけた厚さ  $L_1$  の領域に磁束密度  $B (>0)$  の一様な磁場を与えたところ，荷電粒子は  $y-z$  平面内を図の点線で示したような軌跡を描いて進み，壁の中央の直上  $H (>0)$  の距離のところ輝点を形成した。ハッチ領域右端面と円筒右壁面との距離は  $L_2$  である。以下の問いに答えよ。(荷電粒子の速度は光速に比べて十分に遅く，特に記載のある領域以外の電磁場はゼロとし，重力もゼロであるとする。また，電場  $\vec{E}$ ，磁束密度  $\vec{B}$  中を速度  $\vec{v}$  で移動する電荷  $q$  をもった荷電粒子に働くローレンツ力  $\vec{F}$  は， $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$  である.)



- (1) 図に示すようにマイナス極 ( $\ominus$ ) とプラス極 ( $\oplus$ ) の距離を  $D$  とする時，荷電粒子がプラス極 ( $\oplus$ ) に達した時点での速さ (= 速度の大きさ)  $v_1$  を求めよ。

(2) 磁束密度  $B (>0)$  の磁場を与えた場合について、以下の問いに答えよ。

(a) 与えた磁場の方向として正しいものを番号で記し、その番号を選んだ理由を記せ。

1 : x 軸正方向    2 : x 軸負方向

3 : y 軸正方向    4 : y 軸負方向

5 : z 軸正方向    6 : z 軸負方向

(b) 磁場を与えた領域 (ハッチ領域) 右端での荷電粒子の速度を、その y 成分  $v_y$ 、z 成分  $v_z$  に分け、(1) で求めた  $v_1$  を用いて記せ。ただし、 $v_1$  が十分に速く、ハッチ領域の幅  $L_1$  が十分に短く、 $B$  が十分小さいため、ハッチ領域内で常に  $v_y \gg v_z$  の近似が成立するものとする。

(c) (b) の近似のもとで、磁場を与えた時の円筒右端面での輝点の変位  $H$  を求めよ。

(3) 電磁場  $E, B$  および距離  $D, L_1, L_2, H$  は、直接あるいは間接に測定可能な量である。これらを用いて、荷電粒子の質量電荷比  $m/Q$  を求める表式を記せ。

## 物理学

[第3問] 物質の状態方程式に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) 単原子分子からなる理想気体について、その状態方程式を  $PV = nRT$  と表記すると、内部エネルギーは

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

で表すことができる。ここで  $P$  は圧力、 $V$  は体積、 $n$  はモル数、 $T$  は絶対温度、 $R$  は気体定数である。以下の (a)、(b) の問いに答えよ。

- (a) 等温過程における圧縮率は

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

で定義される（ここで添え字  $T$  は等温過程であることを表す）。単原子分子からなる理想気体の  $\kappa_T$  を  $P$  の関数として表せ。

- (b) 準静的断熱過程（等エントロピー過程）における圧縮率についても、同様に

$$\kappa_S = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_S$$

で定義される（ここで添え字  $S$  は等エントロピー過程であることを表す）。単原子分子からなる理想気体の  $\kappa_S$  を  $P$  の関数として表せ。

- (2) 実在の気体は、気体分子が有限の体積を持つことや構成する分子間に相互作用があるために、理想気体の状態方程式に必ずしも従わない。一つの近似式として

$$\left( P + \frac{an^2}{V^2} \right) (V - bn) = nRT$$

という状態方程式を考えよう。ここで  $a$  と  $b$  は正の値をもつ定数であり、ま

た、この状態方程式は $V > bn$ という条件のみで適用されるものとする。この状態方程式について (a), (b), (c) の問いに答えよ。

- (a) この状態方程式を用いると、ある温度 $T_c$ を境にして、 $T > T_c$ では等温過程における圧縮率が常に正の値をもつものに対して、 $T < T_c$ では負の値をもつ状態が出現するようになる。 $T > T_c$ ,  $T = T_c$ ,  $T < T_c$ の各場合について、等温過程における体積と圧力の関係を図示せよ。
- (b) (a) における $T_c$ を求めよ。
- (c) 負の圧縮率をもつ状態は、熱力学的に不安定であるために、実現しないことが証明されている。(a) の $T < T_c$ の条件について、実在の物質に対する体積と圧力の関係を図示し、その時に起こる現象について簡潔に論ぜよ。